УДК 524.8

С. Парновський, д-р фіз.-мат. наук
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

ВПЛИВ СТАТИСТИЧНИХ ЕФЕКТІВ НА ВЕЛИЧИНУ СТАЛОЇ ГАББЛА, ОТРИМАНУ ЗА ШВИДКОСТЯМИ ГАЛАКТИК

У процесі опрацювання даних про швидкості галактик і незалежні від них оцінки відстаней до цих об'єктів, що виконані за будь-якою статистичною залежністю, виникає ефект, споріднений із відомим ефектом Малмквіста. Він призводить до заниження величини сталої Габбла, отриманої за методом найменших квадратів, який зазвичай використовують у цьому випадку. Зменшення становить близько 5 % , якщо похибка оцінки відстаней становить 20 %, та близько 9 % за похибки у 30 %. Це не може пояснити виявлену в останні роки різницю між значеннями сталої Габбла, отриманими під час опрацювання спостережень для раннього та сучасного Всесвіту, оскільки занижує більшу з них.

Ключові слова: стала Габбла, відстані до галактик, статистичні методи опрацювання даних.

Вступ. Інтерес до методів визначення сталої Габбла H_0 значно зріс після появи статті [1], в якій автори звертають увагу на статистично значущі розбіжності між її значеннями, котрі отримано у ході опрацювання спостережень у ранньому та сучасному Всесвіті. Спостереження за швидкостями віддалених галактик дають величину H_0 = 73,3 км/с/Мпс, натомість за часів рекомбінації можна отримати величину H_0 = 67,4 км/с/Мпс. Тобто величина сталої Габбла, отримана за спостереженнями в ранньому Всесвіті, становить десь 92 % величини, отриманої за даними про червоні зміщення та незалежні від них оцінки відстані. Це можуть бути відстані за цефеїдами, залежності Таллі-Фішера, за червоними гігантами, фундаментальною площиною тощо. Кожен із них дає оцінку відстані, яка відхиляється від справжньої на 20–30 %.

У статті я звертаю увагу на вплив деяких факторів на величину, яка отримана за опрацювання спостережень у сучасному Всесвіті. Статистичне опрацювання даних великої вибірки дозволяє отримати оцінку сталої Габбла і параметрів пекулярних рухів галактик, зокрема параметри великомасштабних когерентних негабблівських рухів, спричинених великомасштабною неоднорідністю розподілу матерії у Всесвіті. У простішому варіанті можна знехтувати колективними негабблівськими рухами галактик і вважати, що швидкості віддалення не дуже далеких галактик із z<<1, які ми позначимо v_i, пов'язані з відстанями до цих галактик r_i залежністю

$$v_i = Hr_i, \tag{1}$$

де H – параметр Габбла. Це так званий **закон Габбла**. Зрозуміло, якщо ми маємо вибірку значень v_i та r_i, то можемо знайти величину H з (1), а з неї отримати оцінку сталої Габбла H_0, яка за визначенням є параметром Габбла в сучасну епоху при $r = 0$. Але, як буде продемонстровано далі, похибки у визначенні відстаней впливають на величину H, отриману за цим методом.

Ефект, про який ідеться, пов'язаний саме зі впливом похибок на результат статистичної обробки великого масиву даних. Він занижує величину сталої Габбла. Не дуже сильно, але у процесі порівняння двох величин, отриманих різними методами, це може стати суттєвим. Зрозуміло, що вказаний ефект не є причиною розбіжностей, на які звернено увагу у статті [1], оскільки він занижує величину сталої в сучасну епоху, тобто більшої з двох значень, що порівнюються.

Опис ефекту. Обробляючи реальні дані, ми замість набору значень v_i та r_i маємо набір швидкостей V_i, отриманих за ефектом Допплера, та оцінки відстаней до галактик R_i, визначених за деякою статистичною залежністю. Швидкості визначають із великою точністю, але до швидкості габблівського руху треба додати радіальну компоненту пекулярного руху галактик, яку ми вважатимемо випадковою величиною з гауссівським розподілом із величиною δV:

$$V_i = v_i + \delta V s_i, \tag{2}$$

де s_i – випадкова величина з нормальним розподілом, нульовим середнім та одиничною дисперсією. Натомість, похибки оцінки відстаней можна описати у вигляді

$$R_i = r_i\left(1 + ap_i\right), \tag{3}$$

де p_i – інша випадкова величина з нормальним розподілом, нульовим середнім та одиничною дисперсією, а параметр a характеризує точність методу оцінки.

Отже, маємо два джерела випадкових похибок, які впливають на величину сталої Габбла, отриману в ході опрацювання, по-різному. Якщо ми проводимо за методом найменших квадратів (МНК) пряму за точками V_i та R_i, то похибки у ординаті V, що спричинені випадковістю s_i, призводять до випадкових відхилень кута нахилу від величини H. Натомість, похибки в оцінці відстаней, які спричинені випадковістю p_i, призводять до ефекту на кшталт ефекту Малмквіста (Malmquist bias), котрий занижує величину сталої Габбла. Цей ефект є спорідненим з іншим статистичним ефектом, що впливає на результати обробки, який описано у роботах [2,3]. Він не зникає зі збільшенням об'єму вибірки. Саме він призводить до систематичного заниження величини сталої Габбла, якщо при опрацюванні користуватися МНК та не робити поправки на цей ефект.

Метод. Зрозуміло, що цей ефект можна дослідити суто теоретично. Але це не може бути переконливим дослідженням, зокрема через брак єдиного підходу до статистичного опрацювання, через те, що різні школи ведуть суперечки між собою. На мою думку, краще продемонструвати ефект на конкретному прикладі та застосувати метод Монте-Карло для оцінювання його впливу.

Тому я використовую набір відстаней і швидкостей галактик v_i та r_i, розрахованих за певним законом, а потім додаю до них випадкові відхилення за формулами (2) та (3). Отримавши набір величин V_i та R_i, я опрацьовую їх за допомогою МНК, знаходжу величину H і порівнюю її з вихідним значення сталої Габбла, що було використано під час розрахунку швидкостей галактик.

Вибірка та результати застосування методу Монте-Карло. Я розглянув вибірку з 1402 галактик, швидкості яких рівномірно розташовані в інтервалі радіальних швидкостей від V_{min}= 3000 км/с до V_{max}= 10000 км/с. На кожне ціле значення швидкості у км/с припадає дві галактики. При симуляціях використовувалися такі параметри: a=0,2, δV=1000 км/с, які є близькими до таких, що отримані за результатами опрацювання реальних спостережень.

Якщо проводити довільну пряму за МНК, то отримане значення H зменшується до 83 % від вихідного. Проте зрозуміло, що використовують пряму, що проходить через початок координат. У цьому випадку зменшення не таке сильне і величина H становить 95 % вихідного значення. Але зменшення сталої Габбла на 5 % може бути суттєвим у процесі порівняння двох значень. Збільшення параметра a до 0,3 веде, зрозуміло, до зростання ефекту, і отримана величина H становить 91 % вихідної величини.

Вплив великомасштабних рухів на ефект, що розглядається. У ході реального опрацювання зазвичай не застосовують моделі із суто габблівськими рухами (1). До них додаються колективні великомасштабні рухи галактик на тлі загального габблівського розширення. Картина рухів може бути досить складною і містити багато параметрів (див. опис у огляді [4]).

Розглянемо, чи може ускладнення моделі вплинути на величину ефекту, що розглядається. Застосуємо простішу модель колективних рухів, в котрій усі галактики мають додаткову швидкість ΔV в певному напрямку, тобто рухаються як ціле (bulk motion). Припустимо, що ми знаємо напрямок апексу цього руху і нам треба одночасно визначити його швидкість і сталу Габбла. Тоді радіальна компонента швидкості описується не формулою (1), а трошки складнішою

$$v_i = Hr_i + \Delta V \cos\theta_i \,, \tag{4}$$

де θ_i – кут між апексом руху та напрямком на i-ту галактику. Величини кутів були вибрані випадково, застосовано величину ΔV=200 км/с та a=0,2.

За тих самих похибок, що в попередньому випадку, були отримані значення та похибки величин H та ΔV. Стала Габбла залишилася на рівні 95 % вихідної, ΔV=(–490±320) км/с. Як видно, значення швидкості колективного руху змістилося на дві похибки цієї величини. Але нас перш за все цікавить стала Габбла. Видно, що ускладнення моделі руху галактик не вплинуло на ефект.

Тепер трохи ускладнимо ситуацію і введемо деяку анізотропію у просторовий розподіл галактик. Для цього змістимо для них величину $\cos\theta_i$, додавши до кожного значення по 0,01. Якщо величина $\cos\theta_i$ перевищить 1, то визначимо, що $\cos\theta_i = 1$. Анізотропія змінює отриману величину ΔV=(–190±320) км/с, але не впливає на отриману сталу Габбла. Якщо змістити величини $\cos\theta_i$ на 0,1, тобто суттєво, то отримаємо ΔV=(238±327) км/с, але стала Габбла залишиться тою самою.

Висновки. Ефект, пов'язаний із похибками у процесі використання оцінок відстаней до галактик, що не залежать від їх червоних зміщень, а використовує статистичні залежності, призводить до недооцінювання величини сталої Габбла. Симуляції за методом Монте-Карло з правдоподібними параметрами виявили зменшення її величини, отриманої у ході опрацювання за МНК на 5 % (при a=0,2) та 9 % (при a=0,3). Це може посилити розбіжності у значеннях сталої Габбла, що отримані за опрацювання даних із раннього та сучасного Всесвіту. Указані розбіжності можуть бути викликані різними чинниками, наприклад присутністю теплої темної матерії [5]. Вплив колективних рухів галактик та анізотропії вибірки не є суттєвими під час визначення сталої Габбла.

Проте можна зробити два загальні висновки. Перший: застосування стандартних методів статистичного опрацювання даних не завжди дає правильний результат, якщо дані мають похибки іншого виду, ніж ті, які передбачає метод. Зокрема, МНК добре працює з випадковими похибками, що додаються до функції, та погано з похибками величин, від яких ця функція залежить. Другий висновок: мабуть ще передчасно вважати, що ми знаємо космологічні параметри з точністю до одиниць відсотків. Деталі опрацювання можуть призвести до відхилення параметрів на 5 %–10 %. У такому випадку відмінність між величинами сталої Габбла для раннього та сучасного Всесвіту вже не є настільки суттєвою.

Ця робота підтримана Національним фондом досліджень України за проєктом № 2020.02/0073.

Список використаних джерел

1. Verde L. Tensions between the early and late Universe / L. Verde, T. Treu, A. Riess // Nature Astronomy. – 2019, – Vol. 3. – P. 891–895.
2. Parnovsky S. L. Influence of measurement errors on the cosmological deceleration parameter obtained from the semirelativistic model of collective galactic motion / S. L. Parnovsky, A. S. Parnovsky // Journal of Physical Studies. – 2010. – Vol. 14. – P. 3901.
3. Parnovsky S. Large-scale collective motion of RFGC galaxies in curved space-time / S. Parnovsky, A. Parnovsky // Astrophysics and Space Science, – 2011. – Vol. 331. – P. 429–440.
4. Парновський С. Л. Дослідження великомасштабних колективних рухів галактик на основі каталогу RFGC / S. Parnovsky // Вісник Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Астрономія. – 2010. – 46. – С. 26–29.
5. Parnovsky S. Warm dark matter and Hubble constant tensions / S. Parnovsky // Вісник Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Астрономія. – 2020. – 60. – 2019. – С. 46–48.

Надійшла до редколегії 16.09.20

С. Парновский, д-р физ.-мат. наук
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев

ВЛИЯНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ НА ВЕЛИЧИНУ ПОСТОЯННОЙ ХАББЛА, ОПРЕДЕЛЕННОЙ ПО СКОРОСТЯМ ГАЛАКТИК

При обработке данных о скоростях галактик и независимых от них оценок расстояний до них на основе любой статистической зависимости возникает эффект, родственный известному эффекту Малквиста. Он приводит к занижению величины постоянной Хаббла, полученной обычно применяемым при этом методом наименьших квадратов. Уменьшение составляет около 5 % при погрешности оценки расстояний 20 % и около 9 % при ошибке в 30 %. Этим нельзя объяснить обнаруженное недавно противоречие между значениями постоянной Хаббла, полученными в ранней и современной Вселенной, поскольку занижается большая из этих величин.

Ключевые слова: постоянная Хаббла, расстояния до галактик, статистические методы обработки данных.

S. Parnovsky, Dr Hab.
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv

IMPACT OF THE STATISTICAL EFFECTS ON THE HUBBLE CONSTANT VALUE OBTAINED FROM VELOCITIES OF GALAXIES

We can obtain the Hubble constant value for the late Universe from the sample of radial velocities of galaxies and independent estimations of distances to them based on any statistical relation such as Cepheid variables, Tully-Fisher relation etc. Usually, the method of least squares is used when processing such data. However, the value of the Hubble constant is somewhat underestimated due to a statistical effect similar to the well-known Malmquist bias. The main source of underestimation is associated with the deviation of the distances determined from the statistical dependence from their true values. The decrease of obtained Hubble constant value is about 5% for an error in the distance estimation of 20% and about 9% with an error of 30%.

This impact cannot explain the recently discovered tensions between the values of Hubble constant obtained from the early and the late Universe. The estimation H_0 = 67.4 km/s/Mpc obtained from observations in the recombination era account for about 92% of the average of the estimations based on observations of not very distant objects H_0 = 73.3 km/s/ Mpc. Indeed, the described effect leads to underestimation of the largest of these values.

Key words: Hubble constant, distances to galaxies, statistical methods of data processing.

УДК 524.8

В. Жданов, д-р фіз.-мат. наук, проф.,
О. Сташко, асп.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

ПАРАМЕТР ГАББЛА В *f* (*R*)-ГРАВІТАЦІЇ

Вивчено умови на лагранжіани модифікованої гравітації, що імітують спостережувані величини стандартної космологічної моделі. А саме, розглянуто питання про вибір лагранжіана f(R)-гравітації на основі діаграми Габбла. Отримано рівняння для f(R), які, для заданого параметра Габбла H(z), дозволяють визначати цю величину. Також розглянуто обернену задачу знаходження H(z) для заданої функції f(R), яка мало відрізняється від виразу загальної теорії відносності; знайдено загальниий наближений вираз для H(z).

Ключові слова: космологія, параметр Габбла, f(R)-гравітація.

Вступ. Проблема "Hubble constant tension" стимулювала розробку розширень стандартної космологічної моделі, націлених на те, щоб отримати відмінну від ΛCDM залежність параметра Габбла H від червоного зміщення z і використати це для узгодження значень "ранньої" і "пізньої" сталої Габбла [1]. Із цією метою можна використовувати так звану *f*(*R*)-гравітацію, яка модифікує загальну теорію відносності (ЗТВ) шляхом ускладнення гравітаційного лагранжіана за допомогою нелінійних степенів скалярної кривини (див., напр., [2] та посилання у цій роботі). Відповідна дія є

$$S = -\frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}f(R). \tag{1}$$

Рівняння поля, що відповідають виразу (1), мають вигляд як у [2]

$$f'(R)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}f(R) - \nabla_\mu\nabla_\nu f' + \Box f' g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}, \tag{2}$$

де $R_{\mu\nu}$ – тензор Річчі, $R = g_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta}$; $f' \equiv df/dR$; $T_{\mu\nu}$ – стандартний тензор енергії імпульсу, який визначається з лагранжіана негравітаційних полів. У ЗТВ $f(R) = f_{GR}(R) \equiv R$, де адитивна константа в лагранжіані, яка відповідає внеску космологічної сталої в рівняннях Ейнштейна, далі буде врахована шляхом введення доданка $\varepsilon_\Lambda g_{\mu\nu}$ в $T_{\mu\nu}$.

Модифікації $f(R)$ природним чином впливатимуть на поведінку залежності $H(z)$, яку можна порівнювати з експериментальними даними. У цій роботі ми розглянемо і пряму задачу визначення обмежень на $f(R)$ на основі $H(z)$, і запропонуємо загальний наближений вираз для $H(z)$ за умови малих відхилень від ейнштейнівської $f(R)$.

Космологічні рівняння. Розглянемо метрику однорідного ізотропного Всесвіту й обмежимося просторово-плоским випадком:

$$ds^2 = dt^2 - a^2\left[d\chi^2 + \chi^2 dO^2\right],$$

де $a(t)$ – масштабний фактор. У цьому разі можна покласти $a(t_0) = 1$ без впливу на результати обчислення фізичних величин. Усі скалярні величини залежать лише від космологічного часу t, тому в "00"-компоненті рівняння (2) залишається лише перша похідна від $f \equiv f(R)$: